

Roll No.

DD-2650**B. A./B. Sc./B. Sc. B. Ed. (Part I)****EXAMINATION, 2020**

MATHEMATICS

Paper Third

(Vector Analysis and Geometry)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 50

नोट : प्रत्येक प्रश्न से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any two parts of each question. All questions carry equal marks.

इकाई—1**(UNIT—1)**

1. (अ) सदिशों $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ का व्युत्क्रम निकाय परिभाषित कीजिए। यदि $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$ क्रमशः $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ के व्युत्क्रम निकाय सदिश हों, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\vec{a}' \times \vec{b}' + \vec{b}' \times \vec{c}' + \vec{c}' \times \vec{a}' = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]}$$

(A-28) P. T. O.

Define the reciprocal system of vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$. If $\vec{a}', \vec{b}', \vec{c}'$ are reciprocal vectors of vectors $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ respectively, then prove that :

$$\vec{a}' \times \vec{b}' + \vec{b}' \times \vec{c}' + \vec{c}' \times \vec{a}' = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{[\vec{a} \vec{b} \vec{c}]}$$

(ब) यदि :

$$\vec{a} = \sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} + \theta \hat{k}$$

$$\vec{b} = \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j} - 3 \hat{k}$$

और $\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$

हो, तो $\theta = 0$ पर $\frac{d}{d\theta} \{\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})\}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If :

$$\vec{a} = \sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} + \theta \hat{k}$$

$$\vec{b} = \cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j} - 3 \hat{k}$$

$$\vec{c} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$$

find $\frac{d}{d\theta} \{\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})\}$ at $\theta = 0$.

(स) यदि :

$$V = e^{xyz} (\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

हो, तो curl V ज्ञात कीजिए।

(A-28)

If :

$$V = e^{xyz}(\vec{i} + \vec{j} + \vec{k})$$

find curl V.

इकाई—2
(UNIT—2)

2. (अ) यदि :

$$\vec{r}(t) = 5t \vec{i} + t \vec{j} - t^3 \vec{k}$$

हो, तो सिद्ध कीजिए कि :

$$\int_1^2 \vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} dt = -14 \vec{i} + 75 \vec{j} - 15 \vec{k}.$$

If :

$$\vec{r}(t) = 5t \vec{i} + t \vec{j} - t^3 \vec{k}$$

show that :

$$\int_1^2 \vec{r} \times \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} dt = -14 \vec{i} + 75 \vec{j} - 15 \vec{k}.$$

(ब) दर्शाइए कि :

$$\iint_S (ax \vec{i} + by \vec{j} + cz \vec{k}) \cdot \hat{n} dS = \frac{4}{3} \pi (a + b + c),$$

जहाँ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ की सतह है।

Show that :

$$\iint_S (ax \vec{i} + by \vec{j} + cz \vec{k}) \cdot \hat{n} dS = \frac{4}{3} \pi (a + b + c),$$

where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

(स) स्टोक्स के प्रमेय का सत्यापन $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$ के लिए कीजिए जबकि समाकल को $x = \pm a$, $y = 0$, $y = b$ से बने आयत के परितः किया गया है।

Verify Stokes theorem for $\vec{F} = (x^2 + y^2)\vec{i} - 2xy\vec{j}$ taken round to rectangle bounded by $x = \pm a$, $y = 0$, $y = b$.

इकाई—3
(UNIT—3)

3. (अ) शांकव

$$21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 151 = 0.$$

का अनुरेखण कीजिए :

Trace the conic :

$$21x^2 - 6xy + 29y^2 + 6x - 58y - 151 = 0.$$

(ब) किसी शांकव में सिद्ध कीजिए कि दो लम्बरूप नाभीय जीवाओं के व्युत्क्रमों का योग अचर होता है।

In a conic prove that the sum of the reciprocals of two perpendicular focal chords is constant.

(स) शांकव $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$ के बिन्दु “ α ” पर स्पर्शरेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

To find the equation of the tangent at the point “ α ” of the conic :

$$\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta.$$

इकाई—4
(UNIT—4)

4. (अ) उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष (α , β , γ) और आधार वक्र $ax^2 + by^2 = 1$, $z = 0$ है।

Find the equation of the cone whose vertex is (α, β, γ) and base curve $ax^2 + by^2 = 1, z = 0$.

- (ब) उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 2 है तथा अक्ष सरल रेखा $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$ है।

Find the equation of right circular cylinder whose radius is 2 and axis is the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}$.

- (स) बिन्दु $(1, 2, 3)$ से होकर जाने वाली रेखा :

$$x - y + 2z = 5$$

$$3x + y + z = 6.$$

के समांतर रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the line through the point $(1, 2, 3)$ parallel to the line :

$$x - y + 2z = 5$$

$$3x + y + z = 6.$$

इकाई—5

(UNIT—5)

5. (अ) अतिपरवलयज :

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$$

के बिन्दु $(2, 3, -4)$ से होकर जाने वाली जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the generating lines of the hyperboloid :

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$$

which pass through the point $(2, 3, -4)$.

- (ब) दीर्घवृत्तज $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2}$ के समतल $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$ द्वारा प्रतिच्छेद का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of the section of the ellipsoid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} \text{ by the plane } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1.$$

- (स) समीकरण :

$$x^2 + 4y^2 + z^2 - 4yz + 2zx - 4xy - 2x + 4y$$

$$- 2z - 3 = 0$$

का प्रामाणिक रूप में समानयन कीजिए।

Reduce the equation to the standard form :

$$x^2 + 4y^2 + z^2 - 4yz + 2zx - 4xy - 2x + 4y$$

$$- 2z - 3 = 0.$$